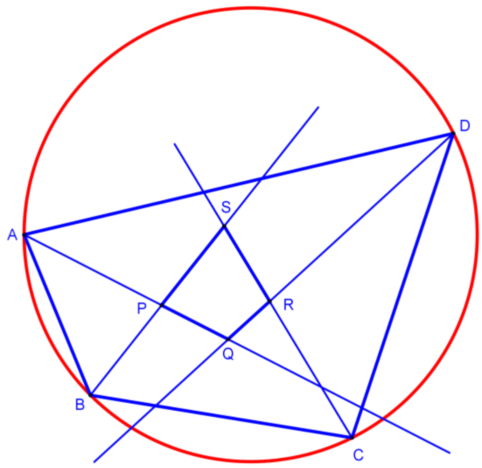
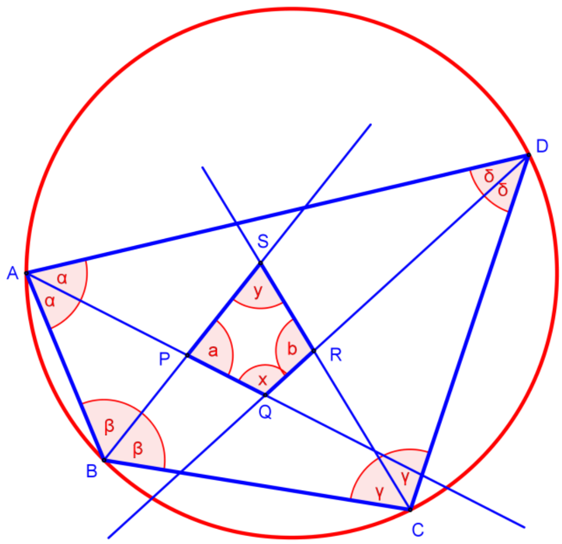
Zadanie 9. (3 pkt)

Dwusieczne czworokąta $ABCD$ wpisanego w okrąg przecinają się w czterech różnych punktach: P, Q, R, S (zobacz rysunek). Wykaż, że na czworokącie $PQRS$ można opisać okrąg.



ROZWIĄZANIE:



$2\alpha + 2\beta + 2\gamma + 2\delta = 360°$ więc $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 180°$

$\sphericalangle x = 180° - \alpha - \delta$ i $\sphericalangle y = 180° - \beta - \gamma$

$\sphericalangle x + \sphericalangle y = 360° - \alpha - \beta - \gamma - \delta = 360° - \underbrace{(\alpha + \beta + \gamma + \delta)}_{180°} = 180°$

Jeżeli suma kątów $\sphericalangle x$ i $\sphericalangle y$ jest równa $180°$, to suma $\sphericalangle a$ i $\sphericalangle b$ jest również równa $180°$, więc na czworokącie $PQRS$ można opisać okrąg.